

# OFDM 系统中线性插值信道估计器的性能研究

王玲 余慧敏

(湖南大学 电气与信息工程学院,长沙 410082)

**摘要** 为了得到由线性插值信道估计器本身精度造成的插值误差与噪声所带来的误差间的定量关系,通过基于一阶线性插值的 OFDM 系统梳状导频信道估计器和块状导频信道估计器误差性能的分析,推导出了插值误差和高斯噪声对估计器性能影响的数学表示式,并得出了线性插值信道估计器导频间距的选择规范;最后,在 IEEE802.11a 环境下进行了系统仿真,仿真结果表明,插值误差与插值带来的噪声降低二者存在折衷,并且在室内环境中具有相同导频间距的梳状导频估计器比块状导频信道估计器性能优越。

**关键词** 梳状估计器 插值 均方误差 块状估计器

中图分类号: TN929.5 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2005)11-1379-04

## Research of Channel Estimation Using Linear Interpolation Technology in OFDM Systems

WANG Ling, YU Hui-min

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082)

**Abstract** To describe the definite relationship between interpolation error induced by precision inefficient and noise error, an analysis of MSE performance of comb-type estimator and block-type estimator based on linear interpolation in OFDM system is discussed in this paper as there is no literature focus on it by now, and also formulae illustrating the effect of interpolation error and noise reduction to system performance are deduced then, a criterion for linear interpolation channel estimator pilot sub carries interval selection is derived. Simulation results which based on Hiperlan/2 show that the MSE performance of comb-type estimator when with the same pilot sub carriers interval is better than that of block-type estimator in indoor circumstances.

**Keywords** comb-type estimator, interpolation, MSE, block-type estimator

### 1 引言

目前,鉴于宽带移动通信系统固有的移动通信频率的选择性衰落和时延特性使得信道动态估计突显重要性<sup>[1]</sup>,从而具有传输容量大、对信道延时鲁棒性好等优势的正交频分复用技术就自然广泛应用于无线通信领域中。OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 技术基于导频的信道估计器可分为梳状估计器和块状估计器,二者

都需要用插值方法和利用导频信道信息来对数据子信道进行估计<sup>[2]</sup>。在众多的插值算法中,仅有一阶线性插值和二次多项式插值算法,由于具有合理的计算复杂度而备受关注<sup>[3]</sup>。鉴于目前没有文献来分析 OFDM 线性插值估计器的性能,为此本文基于一阶线性插值,对梳状信道估计器和块状信道估计器性能进行了理论分析和仿真实验,同时推导出了一个实用的导频间距选择规范,并给出了用于说明插值误差和高斯噪声对估计器性能影响的定量数学表示式。

收稿日期:2005-08-20; 改回日期:2005-09-25

第一作者简介:王玲(1962~),女。1996年获中南大学应用地球物理专业博士学位,现为湖南大学教授。主要研究方向为现代通信与网络技术、信号处理等。E-mail:wl\_hnu@163.com

## 2 数学模型

OFDM 系统由于循环前缀的引入,致使信号  $s(n)$  与信道冲激响应  $h(n)$  的线性卷积转化为循环卷积。当循环前缀持续时间  $T_{cp}$  满足:  $T_{cp} \geq \tau_{max}$  ( $\tau_{max}$  为最大时延扩展),并且系统中的收发部分严格同步,则有

$$r(n) = s(n) \otimes h(n) + z(n) \quad 0 \leq n \leq K-1$$

其中,“ $\otimes$ ”表示循环卷积, $z(n)$ 为系统和信道噪声(通常假定为零均值的高斯平稳过程)的时间采样。上式的频域表示为

$$Q_k = S_k H_k + N_k, \quad 0 \leq k \leq K+1$$

$S_k, H_k, N_k$  分别表示第  $k$  个传输信号、第  $k$  个信道冲激响应、第  $k$  个零均值高斯白噪声(方差为  $\delta^2$ ),  $K$  为子载波数。

为了对接收端进行信道估计,通常在发送端将  $G$  个导频符号插入待传的  $K$  个子载波中<sup>[4]</sup>,这样,导频间距  $I = K/G$ ,该系统基带模型如图 1 所示。

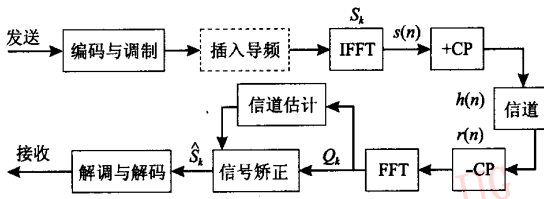


图 1 系统基带模型

Fig. 1 System base-band model

一般可对导频信道进行以下的最小平方估计:

$$\hat{H}_{gl} = \frac{Q_{gl}}{S_{gl}}, \quad g=0,1,\dots,G-1$$

当  $I \geq 2$  时,可用一阶线性插值来估算第  $gl+i$  子信道<sup>[5]</sup>

$$\hat{H}_{gl+i} = \frac{I-i}{I} \hat{H}_{gl} + \frac{i}{I} \hat{H}_{(g+1)l}, \quad 0 \leq i \leq I-1$$

而第  $(g-1)l$  条导频以外的子信道则需进行以下的边缘插值:

$$\hat{H}_{(g-1)l+i} = -\frac{i}{I} \hat{H}_{(g-2)l} + \frac{I+i}{I} \hat{H}_{(g-1)l}, \quad 0 \leq i \leq I-1$$

用  $\eta_p$  表示导频信道估计均方误差、 $\eta_{line}$  表示线性插值器估计均方误差、 $\eta_{edge}$  为边缘插值器估计均方误差。

这样,信道估计均方误差的平均值可以用下式表示

$$\bar{\eta} = \frac{1}{I} \eta_p + \left( \frac{I-1}{I} - \frac{I-1}{K} \right) \eta_{line} + \frac{I-1}{I} \eta_{edge}$$

## 3 公式推导

块状导频在时域内周期地插入 OFDM 符号,而梳状导频则均匀分布于每个 OFDM 块中(如图 2、图 3 所示,图中星形为导频、圆圈为数据)。

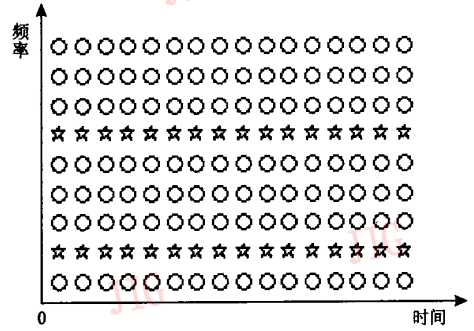


图 2 梳状导频

Fig. 2 Comb-type pilot

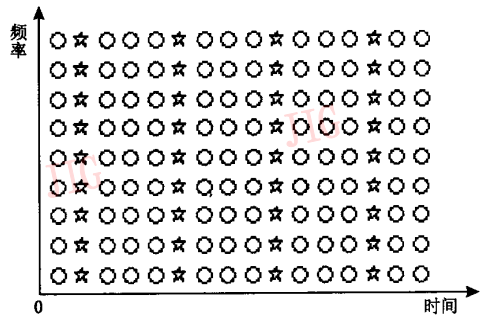


图 3 块状导频

Fig. 3 Block-type pilot

本文用  $\eta_D, \eta_C, \eta_B$  分别代表  $I=1$  (导频载波数等于数据载波数)、梳状导频估计、块状导频估计 3 种情形时的 OFDM 系统均方误差。3 种情形下的均方误差推导如下:

(1)

$$\eta_D = E \{ \|\hat{H}_{gl} - H_{gl}\|^2 \} = E \left\{ \left\| \frac{N_{gl}}{\sqrt{I}} \right\|^2 \right\} = \frac{\delta^2}{I} \quad (1)$$

$E \{ \cdot \}$  表示数学期望。

(2)

$$\begin{aligned} \eta_C &= \frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^{I-1} E \{ \|\hat{H}_{gl+i} - H_{gl+i}\|^2 \} \\ &= \frac{5I-1}{3I} R_f(0) + \frac{I+1}{6I} (R_f(I) + R_f(-I)) - \mu + \frac{2I-1}{3I^2} \delta^2 \end{aligned} \quad (2)$$

其中,

$$\mu = \frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^{I-1} \left[ \frac{I-1}{I} (R_f(i) + R_f(-i)) \right] + \frac{1}{I} (R_f(I-i) + R_f(i-I)) \quad (3)$$

$R_f(\cdot)$  为频域相关函数<sup>[6]</sup> (下角 f 代表 frequency)。

(3)

$$\begin{aligned} \eta_B &= \frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^{I-1} \{ \|\hat{H}_{(g-1)I+i} + H_{(g-1)I+i}\|^2 \} \\ &= \frac{11I-1}{3I} R_f(0) + \frac{5I-1}{6I} (R_f(I) + R_f(-I)) + \varepsilon + \frac{8I-1}{3I^2} \delta^2 \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\varepsilon = \frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^{I-1} \left[ \frac{I+1}{I} (R_f(i) + R_f(-i)) \right] - \frac{1}{I} (R_f(i+I) + R_f(-I-i)) \quad (5)$$

令

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{6I^3 + (5K-6)I^2 - 6KI + K}{3KI^2} R_f(0) - \frac{6I^3 - (K+6)I^2 + K}{6KI^2} (R_f(I) + R_f(-I)) + \frac{I^2 - (K+1)I + K}{KI} \mu - \frac{I-1}{K} \varepsilon, \\ \varphi &= \frac{6I^3 + (2K-6)I^2 + K}{3KI^3} \delta^2 \end{aligned} \quad (6)$$

这样,各估计器平均均方误差可以写成

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_D &= \delta^2, & I &= 1 \\ \bar{\eta}_C &= \psi - \varphi, & I &\geq 2 \\ \bar{\eta}_B &= \psi + I \cdot \varphi, & I &\geq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

从式(7)可见,信道估计误差完全决定于插值误差  $\psi$  及高斯白噪声  $\varphi$ 。

特别地,当  $K \geq 2$ , 则有  $\varphi$  或者  $I\varphi \leq \delta^2$ <sup>[7]</sup>。这说明,如果插值误差近乎于 0, 那么梳状估计器和块状估计器误差性能优于取导频间距  $I=1$  时的误差性能,而且梳状估计器的均方误差小于块状估计器,这是因为插值能减小噪声的影响的缘故<sup>[8]</sup>。

由式(6)知,插值误差由式中的  $I$  和  $R_f(\cdot)$  决定,减小导频子信道间的频率选择性、降低导频间距和信道响应长度不仅可以减小插值误差,而且可提高系统性能。

从式(7)出发,可以推得这样一个规律,即当

$$\frac{3K^3\psi}{(K-G)[3K^2 + (G-6)K + G]} \psi \leq \varphi^2 \text{ 时, 系统宜用梳$$

状导频信道估计器;当  $\frac{3K^3G\psi}{(k-G)[(G-6)k^2 + KG^2]} \psi \leq \varphi^2$  时,可采用块状导频信道估计器。

### 4 仿真说明

仿真实验时,取子载波 IEEE802.11a, 并采用其多路径衰落信道模型进行仿真。仿真结果如图 4、图 5 所示。

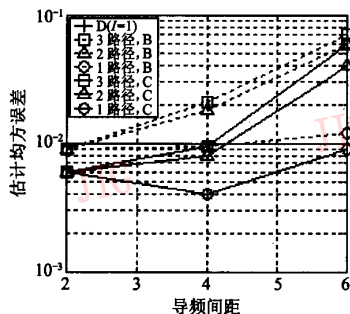


图 4 多路径不同导频估计器的均方误差与导频间距关系 (信噪比 5dB, 子载波数 128)

Fig. 4 Relation of MSE and pilot interval in Various estimator under multiple path

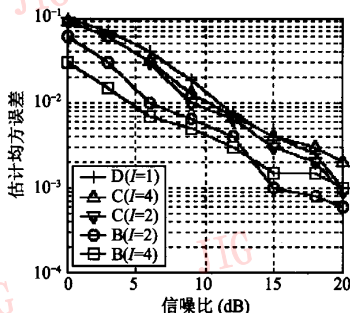


图 5 3 种不同导频估计器的均方误差与信噪比的关系 (I=1,2,4, 多路径信道, 子载波数取 128)

Fig. 5 Relation of MSE and SNR in different estimator

图 4 示出了当信噪比为 15dB 时不同导频估计器的均方误差与导频间距的关系。从图中看到,在导频间距  $I$  较小时,梳状导频估计器性能表现较好。最佳导频间距  $I$  为 2,随着  $I$  的增大,虽然插值可带来噪声降低,但由于插值误差也显著增大,从而使得系统整体性能下降。这说明,导频间距的选择取决于插值误差和插值带来的噪声降低这二者的折衷。

图 5 示出  $I=1, 2, 4$  条件下均方差性能与信噪比的关系。由图 5 可见,在低信噪比情形下,梳状导

频估计器性能优于块状导频估计器,这是因为插值误差是一种常量加性噪声的缘故,而且在遭遇地板效应前,随着信噪比的增加,梳状导频估计器误差性能较优;在高信噪比条件下,导频间距为 2 时,系统性能优于导频间距为 1 时的系统性能,因为当信噪比较大时,由大导频间距带来的噪声降低的作用相对减小,而插值误差的影响则占据主导地位,也就是说,导频间距为 2 的系统性能更好。

## 5 结 论

通过对基于一阶线性插值的 OFDM 系统梳状导频估计器和块状导频估计器性能进行的理论分析和仿真实验,推导了一个实用的导频间距选择规范,并给出了用于定量说明插值误差和高斯噪声对估计器性能影响的数学表示式。仿真表明,尽管梳状导频方式对频率选择性衰落较为敏感,但在室内应用时,具有相同导频间距的梳状导频估计器比块状导频估计器性能优越。

## 参考文献 (References)

- 1 Theodore S Rappaport. Wireless communications principle and practice[M]. New York: Prentice Hall Inc, 1996.
- 2 Weinstein S B. Data transmission by frequency division multi-plexing using the discrete fourier transform [J]. IEEE Transactions on Communication, 1971, 19(5): 628 ~ 634.
- 3 Cimini L J. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing[J]. IEEE Transactions on Communication, 1985, 33(7): 665 ~ 675.
- 4 Saltzberg Burton R. Performance of an efficient parallel data transmission system [J]. IEEE Transactions on Communication, 1967, 15(6): 805 ~ 811.
- 5 CAO Zhi-gang, QIAN Ya-sheng. Modem communication theorem [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1992. [曹志刚, 钱亚生. 现代通信原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.]
- 6 Cimini L J Jr, Sollenberger N R. Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels [J]. IEEE Transactions on Communication, 1998, 46(7): 902 ~ 915.
- 7 Padgett J E, Gunther C G, Hattori T. Overview of wireless personal communications [J]. IEEE Communications Magazine, 1995, 33(1): 28 ~ 41.
- 8 Vucetic B. An adaptive coding scheme for time-varying channels[J]. IEEE Transactions on Communication, 1991, 39(5): 653 ~ 663.